12-4 إثبات تطابق المثلثات - تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-12 إثبات تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.

الدرس 4-12 استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) ومسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) لاختبار تطابق المثلث.

بعد الدرس 4-12 وضع صياغة للتخمينات المتعلقة بخواص المضلعات وسماتها واختبارها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف يمكن أن تتأثر اللوحة إذا كانت الأذرع الجانبية ليست على مسافة واحدة من أعلى اللوحة؟ يؤدي هذا إلى تمايل اللوحة.
- ما الذي يجب أن يكون صحيحًا إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$؟ من المعترض تطابق جميع الأضلاع الثلاثة المتناظرة والزوايا الثلاث المتناظرة.
- كيف يتأثر تطابق المثلثات المذكورة إذا كانت الأذرع الجانبية غير موضوعة على نفس المسافة من أعلى اللوحة؟ المثلثات الناتجة لن تكون متطابقة.

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد برهنت على تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.	1 استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لاختبار تطابق المثلثين.	• اللوح المزدوج بهيكل على شكل A تعتبر طريقة مريحة لعرض المعلومات. ولا تقتصر مزاياه على الطي بشكل مصطح للتخزين بسهولة، لكن عند تثبيت الذراع الجانبية في مكانها، يصبح الهيكل قويًا جدًا. ومتعدما يكون الذراعان الجانبيان بالطول نفسه وعلى المسافة نفسها من أعلى على أي من الجانبين، يشكل الهيكل المفتوح مثلثين متطابقين.
	2 استخدام مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) لاختبار تطابق المثلث.	

المفردات الجديدة

زاوية محصورة
included angle

إثبات نظريات حول المثلثات. استخدام معايير التطابق والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل البراهين وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية. بناء فرضيات صحيحة والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. فهم طبيعة البراهين والبناءة في حلها.

1 مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة SSS

في الدرس 3-12، برهنت على أن المثلثين كانا متطابقين بتوضيح أن كل الأزواج الستة من الأجزاء المتناظرة كانت متطابقة. من الممكن البرهنة على تطابق المثلثين باستخدام أزواج أقل.

يوضح اللوح المزدوج أنه إذا كان المثلثان بنفس أطوال الأضلاع الثلاثة، فهما متطابقان. ويظهر هذا في المسلّمة أدناه.

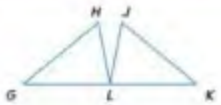
المسلّمة 12.1 تطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

إذا كانت ثلاثة أضلاع في مثلث متطابقة مع ثلاثة أضلاع في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.

مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$
الضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$
والضلع $\overline{AC} \cong \overline{DF}$
إذًا $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

مثال 1 استخدام تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) للبرهنة على أن المثلثين متطابقان

اكتب برهانًا تسلسليًا.



المعطيات: $\overline{HL} \cong \overline{JL}$، $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$، L نقطة المنتصف في $\overline{GK}$

المطلوب: $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

البرهان التسلسلي:

تمرين موجّه

1. اكتب برهانًا تسلسليًا. انظر ملحق إجابات الوحدة 12

المعطيات: $\triangle QRS$ متساوي الساقين حيث $\overline{QR} \cong \overline{SR}$
$\overline{RT}$ ينصف $\overline{QS}$ عند النقطة T

المطلوب: $\triangle QRT \cong \triangle SRT$

Holt McDougal Geometry

1 مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

المثالان 1 و 2 يوضّحان طريقة إثبات تطابق مثلثين باستخدام المسلّمة 4.1.

التقويم التكويني

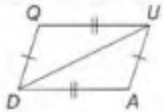
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{QU} \cong \overline{AD}, \overline{QD} \cong \overline{AU}$

المطلوب: $\triangle QUD \cong \triangle ADU$



البرهان التسلسلي:

$\overline{QU} \cong \overline{AD}$ — المعطيات

$\overline{DU} \cong \overline{DU}$ — الخاصية الانعكاسية

$\overline{QD} \cong \overline{AU}$ — المعطيات

$\triangle QUD \cong \triangle ADU$ — مسلّمة الأضلاع الثلاثة

مثال 2 على الاختبار العملي تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) على المستوى الإحداثي

إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه $A(1, 1)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, 5)$. والمثلث EFG رؤوسه $E(1, -1)$ و $F(2, -5)$ و $G(4, -4)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

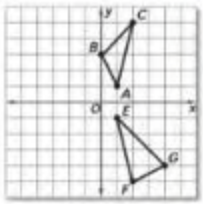
c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

قراءة فقرة الاختبار

معطى منك ثلاثة أشياء في هذه المسألة. في الجزء a، عليك تمثيل بياني لكل من $\triangle ABC$ و $\triangle EFG$ على المستوى الإحداثي ذاته. في الجزء b، عليك تخمين أن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ أو $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$ بناءً على التمثيل البياني. وأخيرًا في الجزء c، مطلوب منك إثبات التخمين.

حل فقرة الاختبار

a.



b. يبدو من التمثيل البياني أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذًا يمكننا تخمين أنهما ليسا متطابقين.

c. استخدم قانون المسافة لبيان عدم تساوي قياس كل الأضلاع المتناظرة.

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$EF = \sqrt{(2-1)^2 + [-5-(-1)]^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$FG = \sqrt{(4-2)^2 + [-4-(-5)]^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$EG = \sqrt{(4-1)^2 + [-4-(-1)]^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

بما أن $AB = FG$ و $AC = EF$ و $BC \neq EG$. نظرًا لعدم التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة. $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$.

تمرين موجّه

2. المثلث JKL رؤوسه $J(2, 5)$ و $K(1, 1)$ و $L(5, 2)$، والمثلث NPQ رؤوسه $N(-3, 0)$ و $P(-7, 1)$ و $Q(-4, 4)$. **2a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

a. مثّل المثلثين بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

نصيحة عند حل الاختبار

الأدوات عندما تحل المسائل باستخدام المستوى الإحداثي، تذكر أن تستخدم أدوات مثل قوانين المسافة ونقطة المنتصف والميل لحل المسائل والتحقق من حلولك.

قراءة في الرياضيات

الرموز $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$ تقرأ المثلث ABC ليس مطابقًا للمثلث EFG.

حقوق النسخ © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي/الرياضي يمكن للطلاب أن يستخدموا طريقةً نظامية لكتابة براهين المسائل والأمثلة الواردة في هذا الدرس. اطلب من طلابك أن يبدؤوا بالبحث عن طرق البرهان الممكنة باستخدام SSS أو SAS. وعليهم أن يفحصوا المسألة لتحديد كمّ المعلومات الضرورية المتاحة وطريقة إيجاد أي معلومات أخرى مطلوبة للبرهان. وأخيرًا، يمكنهم الاستفادة من معرفتهم السابقة بنقاط المنتصف، والمسافات، وعلاقات الزوايا، وغيرها، لاستخلاص أي معلومات ضرورية أخرى ودمج الحقائق معًا للوصول إلى البرهان النهائي.

735

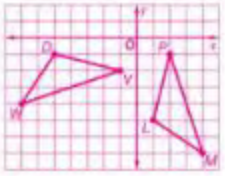
مثال إضافي

2 الإجابة الموسعة المثلث DVW به الرؤوس $D(-5, 1)$ و $V(-1, -2)$ و $W(-7, -4)$. المثلث LPM به الرؤوس $L(1, -5)$ و $P(2, -1)$ و $M(4, -7)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم رسمك لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية تستخدم هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.



$DV = LP$ و $WD = ML$ و $VW = PM$. حسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. كل القطع المستقيمة المتناظرة متطابقة. ولذلك، $\triangle WDV \cong \triangle MLP$ حسب مسلّمة SSS.

التركيز على محتوى الرياضيات

تسمية المثلثات وضّح لطلابك أنه عند ذكر المثلثات المتطابقة، فمن المهم سرد تطابق المثلثات بنفس ترتيب الأجزاء المتناظرة المتطابقة. إذا كان $\triangle PKR \cong \triangle JKL$ يستخدم ترتيبًا مناسبًا لتوضيح الأضلاع المتناظرة والزوايا المتطابقة في كلا المثلثين. فمن الخطأ أن نكتب $\triangle JKL \cong \triangle PRK$.

انتبه!

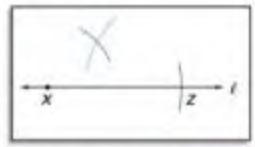
حصر الزاوية يمكن استخدام مسلّمة التشابه SAS فقط عند وجود الزاوية بين ضلعَيْن متجاورَيْن.

الإنشاء المثلثات المتطابقة باستخدام الأضلاع

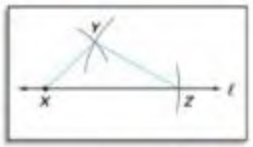
ارسم مثلثًا وسمِّه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لإنشاء $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$.

الخطوة 1 ارسم القطعة X على المستقيم ℓ. ثم قم بإنشاء $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ على المستقيم ℓ

الخطوة 2 قم بإنشاء قوس بتصف القطر AB ومركزه عند القطعة X وقوس آخر بتصف القطر BC ومركزه عند القطعة Z.



الخطوة 3 اكتب على نقطة تقاطع القوسين Y. ارسم $\overline{XY}$ و $\overline{ZY}$ لتكوين $\triangle XYZ$.



2 مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

زاوية محصورة ذكّر في الزاوية المحصورة JKL التي تشكلها العقارب على الساعة الأيمن الظاهرة أدناه. في أي وقت تشكل العقارب زاوية بالقياس نفسه، ستكون المسافة بين طرفي العقربين $\overline{JL}$ و $\overline{PR}$ واحدة.

$\triangle PKR \cong \triangle JKL$

أي مثلثين يتشكلان باستخدام نفس أطوال الأضلاع والزاوية المحصورة سيتطابقان. وهذا يوضح المسلّمة التالية.

المسلّمة 12.2 التطابق بتساوي ضلعين وزاوية (SAS)

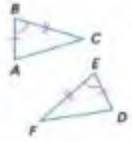
الشرح عند تطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر، فيكون المثلثان متطابقين.

مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

والزاوية $\angle B \cong \angle E$

والضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



نصيحة دراسية

مسلمة تساوي ضلعين وزاوية

لا تكفي قياسات الضلعين والزاوية غير المحصورة للبرهنة على تطابق مثلثين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 مسلّمة SAS

المثالان 3 و 4 يوضحان طريقة إثبات أنّ المثلثين يتطابقان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.

مثال إضافي

3 **علم الحشرات** بشكل جناحي أحد أنواع حشرة العثّة مثلثين. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أنّ $\triangle FEG \cong \triangle HIG$ إذا كان $\overline{EI} \cong \overline{FH}$ و G هي نقطة المنتصف $\overline{EI}$ و $\overline{FH}$

العبارات (المبرّرات)

1. G هي نقطة المنتصف $\overline{EI}$؛ G هي نقطة المنتصف $\overline{FH}$ (معطيات)
2. $\overline{EG} \cong \overline{IG}$، $\overline{FG} \cong \overline{HG}$ (نظرية نقطة المنتصف)
3. $\angle FGE \cong \angle HGI$ (نظرية الزوايا الرأسية)
4. $\triangle FEG \cong \triangle HIG$ (مسلّمة SAS)

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام مسلّمة ضلعين وزاوية لإثبات

الإضاءة تبدو مثلثات إضاءة المسرح الموضحة أنها مكونة من مثلثات متطابقة. إذا كان $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$، فاكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$.

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$	1. المعطيات
2. $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$	2. المعطيات
3. $\angle WXZ \cong \angle XZY$	3. نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة
4. $\overline{XZ} \cong \overline{ZX}$	4. خاصية الانعكاس في التطابق
5. $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$	5. مسلمة تساوي ضلعين وزاوية

تمرين موجّه

3. **الرياضات الخطرة** تبدو أجنحة الطيران الشراعي الموضحة كمثلثات متطابقة. إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ و $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$، فأثبت أن $\triangle HGJ \cong \triangle FGJ$. **انظر الهامش.**

مهنة من الحياة اليومية

فنيو الإضاءة في مجال تصوير الأفلام، يضع الفنيون أو فنيو الإضاءة ما يتطلبه العلم من إضاءة. يتأكد الفنيون أن الزوايا التي تشكلها المصابيح في الأوضاع الصحيحة. قد يكونون متخصّصين على درجات علمية جامعية أو من المدارس الفنية أو ربما يكونون قد استكملوا برنامجًا تدريبيًا رسميًا.

يمكنك أيضًا إنشاء مثلثين متطابقين على أساس ضلعين والزاوية المحصورة بينهما.

الإنشاء مثلثان متطابقان باستخدام ضلعين والزاوية المحصورة

ارسم مثلثًا وسمِّه $\triangle ABC$.
ثم استخدم مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SAS) لإنشاء $\triangle RST \cong \triangle ABC$.

الخطوة 1 ارسم القطعة $\overline{RT}$ على المستقيم m. ثم قم بإنشاء $\overline{RT} \cong \overline{AC}$ على المستقيم m.

الخطوة 2 أنشئ $\angle R \cong \angle A$ باستخدام $\overline{RT}$ كضلع للزاوية والنقطة R.

الخطوة 3 أنشئ $\overline{RS} \cong \overline{AB}$. ثم ارسم $\overline{ST}$ لتكوين $\triangle RST$.

حقوق النشر © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. **المعطيات:** $\overline{FG} \cong \overline{GH}$؛ $\overline{JG}$ ينصّف $\angle FGH$.
المطلوب: $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{FG} \cong \overline{GH}$، $\overline{JG}$ ينصّف $\angle FGH$ (معطيات)
2. $\angle FGJ \cong \angle HGJ$ (تعريف منصّف الزاوية)
3. $\overline{GJ} \cong \overline{GJ}$ (خاصية الانعكاس $\cong$)
4. $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$ (مسلّمة SAS)

مثال إضافي

4 اكتب برهانًا حرًّا.

المعطيات: $\overline{RQ} \parallel \overline{TS}$

$\overline{RQ} \cong \overline{TS}$

المطلوب: $\angle Q \cong \angle S$

لأنّ $\overline{RQ} \parallel \overline{TS}$، الزاويتين الداخليتين المتبادلتين $\angle QRT$ و $\angle STR$ متطابقتان. بمعنى أن $\angle QRT \cong \angle STR$. حسب خاصية الانعكاس. ولذلك، $\triangle QRT \cong \triangle STR$ حسب المسلّمة SAS. وحسب النظرية CPCTC، فإن $\angle S \cong \angle Q$.

3 تدريب

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 4 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$

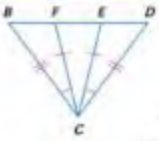
المطلوب: $\angle LNM \cong \angle LNP$

العبارات (المبررات)

1. $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$ (معطيات)
2. $\overline{LN} \cong \overline{LN}$ (خاصية انعكاس التطابق)
3. $\triangle LNM \cong \triangle LNP$ (مسلّمة SSS)
4. $\angle LNM \cong \angle LNP$ (بناءً على النظرية CPCTC)

مثال 4 تساوي ضلعين وزاوية (SAS) أو تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\overline{BC} \cong \overline{DC}, \angle BCF \cong \angle DCE, \overline{FC} \cong \overline{EC}$

المطلوب: $\angle CFD \cong \angle CEB$

البرهان:

بما أن $\overline{BC} \cong \overline{DC}$، $\angle BCF \cong \angle DCE$، و $\overline{FC} \cong \overline{EC}$، إذًا $\triangle BCF \cong \triangle DCE$ وفقًا لمسلّمة SAS. حسب CPCTC، $\angle CFB \cong \angle CED$. $\angle CFD$ تشكل زوجًا خطيًا مع $\angle CFB$. و $\angle CEB$ تشكل زوجًا خطيًا مع $\angle CED$. وفقًا لمسلّمة نظرية تطابق الزوايا المتكاملة، $\angle CFD$ تكمل $\angle CFB$ و $\angle CEB$ تكمل $\angle CED$. بما أن الزوايا المتكاملة مع زاوية واحدة أو متكاملة مع زوايا متطابقة تكون متطابقة، فإن $\angle CFD \cong \angle CEB$.

تصيحة دراسية

الأشكال المتداخلة عندما تتداخل المثلثات، قد يكون من المفيد رسم كل مثلث بشكل منفصل وتصبية الأجزاء المتطابقة. في المثال 4، كان يمكن فصل الشكل كما هو ظاهر.

تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين. انظر الهامش.

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: $\angle LNM \cong \angle LNP$

التحقق من فهمك

مثال 1

1. الهندسة المعمارية البطّات شائعة الاستخدام في الهندسة المعمارية لأنها أشكال "ثابتة". كيف تعتبر خاصية تطابق البطّات هذه مناسبة؟ بخلاف الأسقف، اذكر مثالاً واحدًا على الأقل لتطابق البطّات في منزلك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

مثال 2

2. إجابة موسعة البطّة ABC رؤوسه $A(-4, 1)$ و $B(-1, 1)$ و $C(-1, 5)$. والبطّة XYZ رؤوسه $X(4, -1)$ و $Y(1, -1)$ و $Z(1, -5)$. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

a. ارسم كلا البطّتين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كان البطّتان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب برهنة متطفية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم تخمينك.

مثال 3

3. في الرسم التخطيطي، $\triangle TQR$ متساوي الأضلاع، و $\angle RSQ \cong \angle UTQ$، $\overline{SR} \cong \overline{TU}$. اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\triangle RSQ \cong \triangle UTQ$.

انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

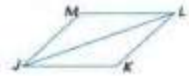
حقوق الطبع والتأليف © مجموعة تعلم ماكجرو هيل McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	5–15, 30–47	5–15, فردي, 34–37	6–14, زوجي, 30–33, 38–47
OL أساسي	5–27, فردي, 30–47	5–15, 34–37	16–28, 30–33, 38–47
BL متقدم	16–45, (اختياري: 46–47)		

مثال 4

4. اكتب برهانًا من عمودين. **انظر الهامش.**



المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$, $\angle KJL \cong \angle MLJ$

المطلوب: $\overline{JM} \cong \overline{LK}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين. **5-6. انظر الهامش.**

5. برهان حرّ

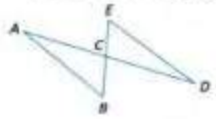
المعطيات: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$, $\overline{XW} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle ZWX$

6. برهان من عمودين

المعطيات: C نقطة منتصف كل من $\overline{AD}$, $\overline{BE}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$



7. **الجسور** يوجد الجسر المعلق أدناه في بوشانغ في مقاطعة جيمي في الصين. والجسر مدعوم باستخدام كابلات من الصلب معلقة من دعامتين عرضاتيين. إذا كانت الدعامتان بالارتفاع نفسه فوق الطريق وموجهتين على الطريق وتلتقي أعلى الكابلا ت عند نقطة في المنتصف بين الدعامتين، فبرهن على أن المثلثين الظاهرين في الصورة متطابقان. **انظر الهامش.**

الاستنتاج المنطقي حدد ما إذا كان $\triangle MNO \cong \triangle QRS$. اشرح. **8-11. انظر الهامش.**

8. $M(2, 5), N(5, 2), O(1, 1), Q(-4, -4), R(-7, -1), S(-3, 0)$
9. $M(0, -1), N(-1, -4), O(-4, -3), Q(-3, 3), R(-4, 4), S(-3, 7)$
10. $M(0, -3), N(0, 2), O(-3, 1), Q(4, -1), R(6, 1), S(9, -1)$
11. $M(4, 7), N(5, 4), O(2, 3), Q(2, 3), R(3, 0), S(0, -1)$

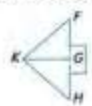
مثال 3

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين. **12-13. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

12. برهان من عمودين

المعطيات: $\overline{KG}$ منصف عمودي لـ $\overline{FH}$

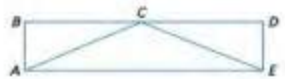
المطلوب: $\triangle KGH \cong \triangle KGF$



13. برهان حرّ

المعطيات: المستطيل $ABDE$، C نقطة منتصف $\overline{BD}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$



Worksheet (Differentiated) Practice, Problem Solving & Reasoning, and Communication

10. استخدم صيغة حساب المسافات. $MN = 5$، $QR = 2\sqrt{2}$؛ المثلثات ليست متطابقة.

11. استخدم صيغة حساب المسافات. $MN = QR = NO = RS = \sqrt{10}$، $MO = QS = 2\sqrt{5}$؛ المثلثات ليست متطابقة وفقًا لمسلّمة SSS.

إجابات إضافية

4. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle KJL \cong \angle MLJ$، $\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (معطيات)
2. $\overline{JL} \cong \overline{JL}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle JKL \cong \triangle LMJ$ (مسلّمة SAS)
4. $\overline{JM} \cong \overline{LK}$ (النظرية CPCTC)
5. طبقًا لخاصية الانعكاس، $\overline{XZ} \cong \overline{XZ}$. وبناءً عليه، $\triangle XYZ \cong \triangle ZWX$ طبقًا لمسلّمة SSS.

6. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. C هي نقطة منتصف كل من $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ (معطيات)
2. $AC = DC$ و $BC = EC$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $\overline{AC} \cong \overline{DC}$، $\overline{BC} \cong \overline{EC}$ (تعريف التطابق)
4. $\angle ACB \cong \angle DCE$ (الزوايا الرأسية متطابقة)
5. $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ (مسلّمة SAS)

7. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$، $\overline{AB} \perp \overline{BD}$، $\overline{ED} \perp \overline{BD}$ (معطيات)
2. $BC = DC$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$، $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ (تعريف التطابق)
4. $\angle ABC$ و $\angle EDC$ زاويتان قائمتان. (تعريف المتصف العمودي)
5. $\angle ABC \cong \angle EDC$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)
6. $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (حسب مسلّمة SAS)

8. استخدم صيغة حساب المسافات.
$MN = QR = 3\sqrt{2}$،
$NO = RS = MO = QS = \sqrt{17}$
المثلثات متطابقة وفقًا لمسلّمة SSS.

9. استخدم صيغة حساب المسافات.
$QS = 4$، $MO = 2\sqrt{5}$ المثلثات ليست متطابقة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية خصص عدة دقائق للصف الدراسي، ثم اختر عدة طلاب ليعرضوا عملهم ويوضحوا كيف استخدموا مسلمة SSS أو مسلمة SAS لتطابق المثلثين.

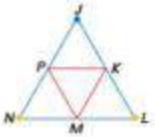
مثال 4

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين. 15-14. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

14. برهان من عمودين

المعطيات: K نقطة منتصف $\overline{JL}$
M نقطة منتصف $\overline{KN}$
$\overline{JN}$ منصف $\triangle JLN$ متساوي الأضلاع

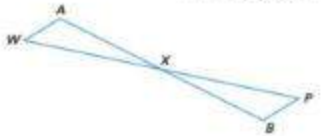
المطلوب: $\triangle NPM \cong \triangle LKM$



15. برهان حرّ

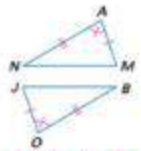
المعطيات: $\overline{XB}$ و $\overline{WP}$ ينصف كل منهما الآخر

المطلوب: $\angle A \cong \angle B$



فرضيات حدد المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان. وإذا لم يكن ممكنًا إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

16.

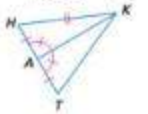


مسلّمة ضلعين وزاوية

17.

لا يمكن

18.



مسلّمة ضلعين وزاوية

19.

لا يمكن

20. **الموسيقى** لتحديد وتيرة معيّنة، يتم ضبط الوزن على بندول الإيقاع (المترو) بحيث يتأرجح بمعدل محدد. أثبت أن المثلثات المتشكلة بزيمة حركة البندول متطابقة. أي أثبت أن $\triangle CBR \cong \triangle ABR$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

البرهان اكتب برهانًا من عمودين. 22-21. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

21. **المعطيات:** $\overline{XB}$ ينصف $\angle EBW$
$\overline{EB} \cong \overline{WB}$

المطلوب: $\angle E \cong \angle W$

22. **المعطيات:** شبه منحرف متساوي الساقين $PQRS$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle SRQ$

23. **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي الموضح لملعب البيسبول. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

a. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثالثة هي نفسها المسافة من اللوح الأمامي إلى القاعدة الثانية.

b. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأمامي والقاعدة الثالثة هي نفسها الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأمامي والقاعدة الأولى.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجروهيل التعليمية

740 | الدرس 12-4 إثبات تطابق المثلثات: مسلمتا الأضلاع الثلاثة (SSS) ومسلمتا ضلعين وزاوية (SAS)

24. المعطيات: $\overline{XW} \cong \overline{ZW}$, $\overline{XY} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $\angle X \cong \angle Z$ **انظر الهامش**

25. المعطيات: $\triangle EAB \cong \triangle DCB$

المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle CED$ **انظر الهامش**

26. فرضيات اكتب برهانًا حرًّا.

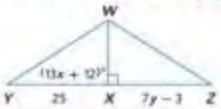
المعطيات: $\overline{BF} \cong \overline{DF}$; $\overline{FE} \cong \overline{FA}$

$\overline{AB} \cong \overline{ED}$

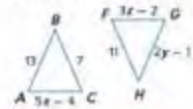
المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle EDA$ **انظر الهامش**

الجبر باستخدام CPCTC، أوجد قيم المتغيرات التي تحقق مثلثات متطابقة.

27. $\triangle WXY \cong \triangle WXZ$ $x = 6; y = 4$

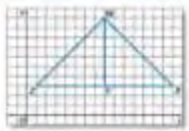


28. $\triangle ABC \cong \triangle FGH$ $x = 3; y = 4; z = 5$



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

29. تحدٍ راجع التمثيل البياني المعروض. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**



a. صف طريقتين يمكنك استخدامهما للبرهنة على أن $\triangle WYZ$ متطابق مع $\triangle WYX$. لا يجوز لك استخدام مسطرة أو منقلة. أي طريقة أكثر كفاءة برأيك؟ اشرح.

b. هل $\triangle WYZ$ و $\triangle WYX$ متطابقان؟ اشرح تبريرك.

30. التبرير حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت العبارة صحيحة، فاشرح تبريرك. وإذا كانت خاطئة، فاذكر مثالاً مضادًا.

إذا كانت زاويتا القاعدة في مثلث متساوي الساقين بنفس قياس زاويتي القاعدة في مثلث آخر متساوي الساقين، فإن المثلثين متطابقان. **انظر الهامش.**

31. تحليل الخطأ تقول مديحة إن $\triangle ABC \cong \triangle CAD$ حسب البرهنة SSS.

وتختلف معها خولة وتقول إنهما متطابقان حسب مبرهنة SAS. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.

31. كلاهما خطأ؛ لا توجد معلومات للوصول إلى استنتاج.

32. مسألة غير محددة الإجابة استخدم حافة مستقيمة لرسم المثلث منفرج الزاوية ABC. ثم قم بإنشاء $\triangle XYZ$ بحيث يكون متطابقًا مع $\triangle ABC$ باستخدام مبرهنة SSS أو SAS. برر إنشاءك رياضيًا وتحقق منه باستخدام القياس.

32. الإجابة النموذجية: باستخدام مسطرة، قست كل الأضلاع وهي متطابقة، ولهذا فالمثلثات متطابقة حسب SSS.

33. الكتابة في الرياضيات حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك. إذا تطابق زوجان من الأضلاع المتناظرة في مثلثين قائمين، فالمثلثان متطابقان. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

حقوق النشر © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم (McGraw-Hill Education)

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 31. إجابة خولة صحيحة. فبالرغم من وجود ضلعين متناظرَين متطابقَين وزاوية واحدة متناظرة متطابقة في المثلثين الموضحين، إلّا أنّ الزاوية المُعلَّمة ليست ناتجة عن الضلعين المتطابقَين؛ ولذلك، فهي ليست زاوية محصورة. لتطبيق مسلّمة SAS، لا بد أن تكون الزاويةُ زاويةً محصورة. ولا توجد معلومات إضافية أو معلومات يمكن استنتاجها من الشكل. وإذًا لا توجد معلومات كافية لتحديد إذا ما كانت المثلثات متطابقة.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 32 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

إجابات إضافية

24. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{XW} \cong \overline{ZW}$، $\overline{XY} \cong \overline{ZY}$ (معطيات)
2. $\overline{WY} \cong \overline{WY}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle WYX \cong \triangle WYZ$ (مسلّمة SSS)
4. $\angle X \cong \angle Z$ (نظرية CPCTC)

25. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\triangle EAB \cong \triangle DCB$ (معطيات)
2. $\overline{AE} \cong \overline{CD}$، $\overline{AB} \cong \overline{CB}$، $\overline{DB} \cong \overline{EB}$ (نظرية CPCTC)
3. $\overline{ED} \cong \overline{ED}$ (خاصية الانعكاس)
4. $AB = CB$، $DB = EB$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)
5. $AB + DB = CB + EB$ (خاصية جمع المتباينات)
6. $AD = AB + DB$، $CE = CB + EB$ (جمع القطع المستقيمة)
7. $AD = CE$ (التعويض)
8. $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)
9. $\triangle EAD \cong \triangle DCE$ (مسلّمة SSS)

26. لأن القطع المستقيمة متطابقة، فإن أطوالها تكون متساوية. $BF = DF$ و $FE = FA$. باستخدام خاصية الجمع، $BF + FE = DF + FA$. وفقًا لجمع القطع المستقيمة، $BE = BF + FE$ و $DA = DF + FA$. باستخدام خاصية التعويض، $BE = DA$. بما أن الأطوال متساوية، $\overline{BE} \cong \overline{DA}$. طبقًا لخاصية الانعكاس، $\overline{AE} \cong \overline{EA}$. الأضلاع الثلاثة متطابقة، ومن ثم $\triangle ABE \cong \triangle EDA$.

30. هذه العبارة خاطئة. الإجابة النموذجية: المثلثات متساوية الأضلاع يكون بها زاويتان متطابقتان، ولكن ليس لجميع المثلثات متساوية الأضلاع أطوال الأضلاع نفسها.

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من طلابك أن يكتبوا بتعبيراتهم الخاصة كيف يستطيعون استخدام SSS و SAS في إثبات تطابق المثلثات.

إجابات إضافية

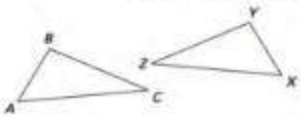
36. $\frac{3}{20}$؛ أولاً يجب عليك إيجاد عدد الطلاب في الصف الدراسي. يوجد لديك $14 + 3 + 2 + 1$ أو 20. بعد ذلك الاحتمال العشوائي لاختيار طالب ذي عين زرقاء هو عدد الطلاب ذوي العيون الزرقاء مقسومًا على 20. ونظرًا لوجود 3 طلاب عيونهم زرقاء، فالاحتمال هو $\frac{3}{20}$.

تدريب على الاختبار المعياري

34الجبر. قطعت عائلة خالد مسافة 300 كم بالسيارة لزيارة الجد والجدة. وقام السيد خالد بقيادة السيارة بسرعة 70 كم في الساعة لمسافة تعادل 65% من الرحلة و 35 كم في الساعة أو أقل لمسافة تعادل 20% من الرحلة المتبقية. بافتراض أن السيد خالد لم يقم بزيادة السرعة مطلقًا من 70 كم في الساعة، فكم عدد الكيلومترات التي قطعها بين 35 و 70 كم في الساعة؟ **B**

A 195
B 84
C 21
D 18

35. في الشكل، $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$ ، $\angle C \cong \angle Z$.



ما المعلومات الإضافية التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$؟ **F**

F $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$
G $\overline{AB} \cong \overline{XY}$
H $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$
J $\overline{XZ} \cong \overline{XY}$

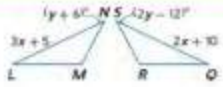
36. إجابة موسعة يوضح التمثيل البياني أدناه ألوان عيون كل الطلاب في صف دراسي. ما احتمال أن يكون الطالب المختار عشوائيًا من هذا الصف بعينين زرقاوين؟ اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**

SAT/ACT .37 إذا كان $-2a + b = -7$ ، $4a + 6b = 6$. فما قيمة a؟ **D**

A -2
B -1
C 2
D 3
E 4

مراجعة شاملة

في الرسم التخطيطي، $\triangle LMN \cong \triangle QRS$.



38. أوجد x. 5
39. أوجد y. 18

40. الفلك مجموعة الدبة الكبرى جزء من كوكبة الدب الأكبر. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعًا في الكوكبة $\triangle RSA$. إذا كان $m\angle R = 41$ ، $m\angle S = 109$، فأوجد $m\angle A$. 30

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل خط.

41. $(-5, -3)$ و $(10, -6)$ $y = -\frac{1}{5}x - 4$
42. $(4, -1)$ و $(-2, -1)$ $y = -1$
43. $(-4, -1)$ و $(-8, -5)$ $y = x + 3$

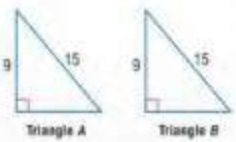
مراجعة المهارات

اذكر الخاصية التي تمثل كل عبارة.

44. $AB = AB$. **خاصية الانعكاس.**
45. إذا كان $GH = JK$ ، $EF = GH$، إذا $EF = JK$. **خاصية التعدي**
46. إذا كان $a^2 = b^2 - c^2$، إذا $b^2 - c^2 = a^2$. **خاصية التناظر**
47. إذا كان $XY + 20 = YW$ ، $XY + 20 = DT$، إذا $YW = DT$. **خاصية التعويض**

التدريس المتمايز OL ML

التوسع المثلثان A و B كلا هما قائم الزاوية وكلّ منهما له ساق بطول 9 وطول وتره 15. أثبت أن المثلث A متطابق مع المثلث B، واشرح تبريرك. استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الساق المجهولة. 12. المثلثان متطابقان تبعًا للمسلّمة SSS.



12-4 مختبر الهندسة
برهنة الإنشاءات

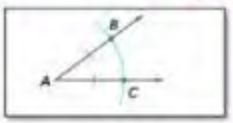
عندما ترسم الإنشاء باستخدام المسطرة والفرجار، فإنك تفترض تطابق القطع التي يتم إنشاؤها باستخدام ضبط واحد للفرجار. يمكنك استخدام هذه المعلومات إلى جانب التعريفات والمسلّمات والنظريات للبرهنة على الإنشاءات.

مثل رسومات هندسية للأشكال مستخدمًا مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، كيف أدوات ملائمة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك). استخدام محاور التناظر، والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

النشاط

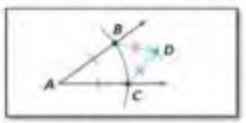
اتبع الخطوات أدناه لتنصيف زاوية. ثم برهن على الإنشاء.

الخطوة 1



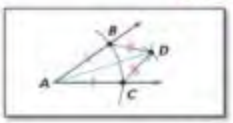
ارسم زاوية بالرأس A. ضع نقطة الفرجار عند A وارسم قوسًا يتقاطع مع كلا ضلعي $\angle A$. قم بتسمية التقاطعين B و C. ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 2



ضع نقطة الفرجار عند B. وارسم قوسًا في $\angle A$. باستخدام نصف القطر نفسه، ارسم قوسًا من C يتقاطع مع القوس الأول عند D. ارسم القطعتين $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$. ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 3

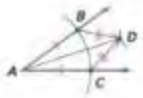


ارسم $\overline{AD}$.

المعطيات: وصف الخطوات والرسم التخطيطي للإنشاء

المطلوب: $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$.

البرهان:



العبارات	الميزات
1. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$	1. تم استخدام إمداد واحد للفرجار من النقطة A لإنشاء النقطتين B و C.
2. $\overline{BD} \cong \overline{CD}$	2. تم استخدام إمداد واحد للفرجار من النقطتين B و C لإنشاء النقطة D.
3. $\overline{AD} \cong \overline{AD}$	3. خاصية الانعكاس
4. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	4. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة
5. $\angle BAD \cong \angle CAD$	5. مسلمة تطابق الأجزاء المتطابقة في المثلثات المتطابقة
6. $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$.	6. تعريف منصّف الزاوية

التمارين

1. قم بإنشاء مستقيم يوازي خط معين ويمر بنقطة معينة على المستقيم. واكتب برهانًا من عمودين لإنشائك.
2. قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. واكتب برهانًا حرًا لإنشائك.
3. **تحدٍ** أنشئ منصف قطعة بكون عموديًا أيضًا على القطعة واكتب برهانًا من عمودين لإنشائك. (تلميح: ستحتاج إلى استخدام أكثر من زوج من المثلثات المتطابقة).

3-1. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف برهنة الإنشاءات باستخدام القياسات المتطابقة.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- فرجار
- مسطرة تقويم

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

نظّم الطلاب في مجموعات متنوعة القدرات كل منها من طالبَيْن. اطلب منهم بعد ذلك إكمال النشاط.

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف تعرف أن أيًا من هذه القطع المستقيمة متطابقة في الخطوة 1؟
  $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ لأن تلك القطع المستقيمة تم إنشاؤها باستخدام وضعية الفرجار نفسها. وهذا يؤكد أن هذه القطع المستقيمة لها نفس الطول.
- كيف تتأكد أنّ $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$ قطعتان متطابقتان؟ لا بد من الحذر التام للحفاظ على نفس وضعية الفرجار لضمان قياسات متساوية من قطعة لأخرى.
- هل $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$ قطعٌ متطابقةٌ؟ ما الذي يجب أن يحدث حتى تتطابق جميع هذه القطع مع بعضها؟ ليس بالضرورة: تتساوى أطوال هذه القطع الأربع فقط إذا حافظنا على وضعية الفرجار نفسها في القياسات الأربعة كلها.
- خطأ شائع في برهان إثبات أنّ $\triangle ABC \cong \triangle DBC$. ما الخطأ؟ الخطأ في أنْ نذكر الأجزاء المتطابقة في كل مثلث بمفرده بدلًا من أن تكون في الأجزاء المتناظرة في مثلثين مختلفين.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 1 إلى 3.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 2-1 للتأكد من فهم الطلاب لطريقة برهنة الإنشاءات.

من العملي إلى النظري

استخدم معرفتك عن الزوايا التي تمّت مناقشتها في المعمل لتوضيح أنّ $\overline{AD}$ ينصّف $\angle BAC$ جبريًا. نظرًا لأنّ $\angle CAD \cong \angle BAD$، فإن $m\angle BAD = m\angle CAD$. وأيضًا، $m\angle BAD + m\angle CAD = m\angle BAC$. باستخدام التعويض،

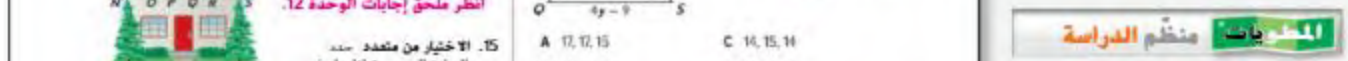
$$m\angle BAD + m\angle BAD = m\angle BAC$$
$$2m\angle BAD = m\angle BAC$$
$$m\angle BAD = \frac{m\angle BAC}{2}$$
$$m\angle CAD = \frac{m\angle BAC}{2}$$

إذًا، $\overline{AD}$ ينصّفُ $\angle BAC$.

التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عنها بشكل خاطئ، كلّف الطلاب بمراجعة الدروس المشار إليها بين الأقواس.



المطويات® دينا زايك

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجّعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-12 إلى 4-12 المكتوبة في مطوياتهم.

إجابات إضافية

20. العبارات (المبررات)

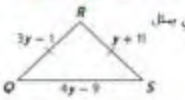
1. $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين، حيث $\overline{LM} \cong \overline{NM}$ (معطيات)
2. $\overline{MO}$ ينصّف $\angle LMN$. (معطيات)
3. $\angle 2 \cong \angle 1$ (تعريف منصّف الزاوية)
4. $\overline{MO} \cong \overline{MO}$ (خاصية الانعكاس)
5. $\triangle MLO \cong \triangle MNO$ (مسلّمة SAS)

12 اختبار نصف الوحدة

الدروس من 1-12 إلى 4-12

1. **هندسة الإحداثيات** حدد تصنيف $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(-2, -1)$ و $B(-1, 3)$ و $C(2, 0)$ باعتباره مختلف الأضلاع أو متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين. **متساوي الساقين**

2. **الاختيار من متعدد** أي مما يلي يمثل قياسات أضلاع مثلث متساوي الساقين QRS؟ **A**

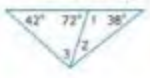


A 17, 17, 15 C 14, 15, 14
B 15, 15, 16 D 14, 14, 15

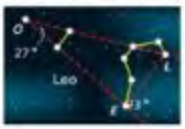
3. **الجبر** أوجد قيمة x وطول كل ضلع إذا علمت أن $\triangle WXY$ مثلث متساوي الأضلاع أضلاعه $\overline{WX} = 6x - 12$، $\overline{XY} = 2x + 10$ و $\overline{WY} = 4x - 1$. $x = 5.5$; $WX = XY = WY = 21$

أوجد قياس جميع الزوايا المشار إليها.

4. $m\angle 1$ 108
5. $m\angle 2$ 34
6. $m\angle 3$ 66



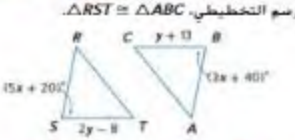
7. **فلك** ليو هي عبارة عن كوكبة على شكل أسد. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعًا في الكوكبة $\triangle LEO$. إذا كانت الزوايا بالقياسات الموضحة في الشكل، فأوجد $m\angle OLE$. 66



أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة.

8. $m\angle 4$ 95
9. $m\angle 5$ 85
10. $m\angle 6$ 49
11. $m\angle 7$ 53

في الرسم التخطيطي، $\triangle RST \cong \triangle ABC$.



12. أوجد x. 10
13. أوجد y. 21

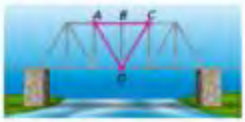
14. **الهندسة المعمارية** يوضح الرسم التخطيطي متزلاً مهيكل على شكل A وبه عدة نقاط لها أسماء. افترض أن القطع والزوايا التي تبدو متطابقة في الرسم التخطيطي متطابقة. أوضح أي المثلثات متطابقة.

انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

15. **الاختيار من متعدد** حدد العبارة الصحيحة إذا علمت أن $\triangle CBX \cong \triangle SML$. J

F $\overline{MO} \cong \overline{SL}$
G $\overline{XC} \cong \overline{ML}$
H $\angle X \cong \angle S$
J $\angle XCB \cong \angle LSM$

16. **الجسور** تظهر أطواق حديدية لجسر في الرسم التخطيطي أدناه، حيث $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ و B نقطة منتصف $\overline{AC}$. ما الطريقة التي يمكن استخدامها لإثبات أن $\triangle ABD \cong \triangle CBD$؟ **مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية**



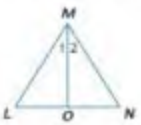
حدد ما إذا كان $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$.

17. $P(3, -5)$, $Q(11, 0)$, $R(1, 6)$, $X(5, 1)$, $Y(13, 6)$, $Z(3, 12)$ **نعم**
18. $P(-3, -3)$, $Q(-5, 1)$, $R(-2, 6)$, $X(2, -6)$, $Y(3, 3)$, $Z(5, -1)$ **لا**
19. $P(8, 1)$, $Q(-7, -15)$, $R(9, -6)$, $X(5, 11)$, $Y(-10, -5)$, $Z(6, 4)$ **نعم**

20. **اكتب برهانًا من عمودين.** **انظر الهامش.**

المعطيات: $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين، حيث $\overline{LM} \cong \overline{NM}$ و $\overline{MO}$ ينصف $\angle LMN$.

المطلوب: $\triangle MLO \cong \triangle MNO$



حقوق الطبع محفوظة © مجموعة الجزائر لتعليم الكتب، شركة مساهمة Glencoe/McGraw-Hill